Equipo de Cátedra: TANIA N. GIMENEZ • LUIS A. MICUCCI • PABLO GIROLLET

Trabajo Práctico N^{ro} 4. Sistemas de numeración.

Ej. 1 — Obtener la representación binaria de los números decimales 27, 64 y 83.

Ej. 2 — Obtener la expresión decimal de los números binarios 11010_2 y 10101100_2 .

Ej. 3 — Obtener la representación hexadecimal de los valores decimales 372 y 1987.

Ej. 4 — Obtener la representación decimal de los números hexadecimales $3A2_{16}$ y $DD10_{16}$.

Solución del ejercicio 1

Conversión de 27 a binario.

El número decimal 27 se convierte a binario dividiendo sucesivamente entre 2:

- $27 \div 2 = 13$, resto 1 $\longrightarrow$ Quinto dígito
- $13 \div 2 = 6$, resto 1 $\longrightarrow$ Cuarto dígito
- $6 \div 2 = 3$, resto 0 $\longrightarrow$ Tercer dígito
- $3 \div 2 = 1$, resto 1. $\longrightarrow$ Segundo dígito

$\downarrow$

Primer dígito

Aquí se terminan las divisiones ya que el último resto obtenido (es decir, 1) es menor que el divisor (que es 2).

Tomando el último cociente obtenido (1) junto con los restos desde abajo hacia arriba: $\boxed{27_{10} = 11011_2}$.

A continuación se muestra la *división larga* sucesiva de 27 entre 2 que se debe realizar comenzando por el número dado 27:

$$\begin{array}{rrrrr}
27 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & \\ \cline{2-2}
2 & 13 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & \\ \cline{3-3}
07 & 12 & 6 & \multicolumn{1}{|l}{2} & \\ \cline{2-2} \cline{4-4}
6 & 1 & 6 & 3 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{1-1} \cline{3-3} \cline{5-5}
1 & & 0 & 2 & 1 \\ \cline{4-4}
 & & & 1 &
\end{array}$$

$$\longleftarrow$$

$$27_{10} = 11011_2$$

Conversión de 64 a binario. El número decimal 64 se convierte a binario dividiendo sucesivamente entre 2:

- $64 \div 2 = 32$, resto 0
- $32 \div 2 = 16$, resto 0
- $16 \div 2 = 8$, resto 0
- $8 \div 2 = 4$, resto 0
- $4 \div 2 = 2$, resto 0
- $2 \div 2 = 1$, resto 0

Leyendo el último cociente obtenido y los restos de abajo hacia arriba: $\boxed{64_{10} = 1000000_2}$.

Ahora mostramos la división sucesiva de 64 entre 2:

$$\begin{array}{rrrrrrr}
64 & 2 \\
64 & 32 & 2 \\
\color{red}{0} & 32 & 16 & 2 \\
 & \color{red}{0} & 16 & 8 & 2 \\
 & & \color{red}{0} & 8 & 4 & 2 \\
 & & & \color{red}{0} & 4 & 2 & 2 \\
 & & & & \color{red}{0} & 2 & \color{red}{1} \\
 & & & & & \color{red}{0}
\end{array}$$

$$\longleftarrow$$

$$64_{10} = 1000000_2$$

Conversión de 83 a binario. De la misma manera que procedimos con los números 27 y 64 lo haremos para el número decimal 83: dividiremos sucesivamente 83 entre 2 para convertirlo en binario.

- $83 \div 2 = 41$, resto $\color{red}{1}$
- $41 \div 2 = 20$, resto $\color{red}{1}$
- $20 \div 2 = 10$, resto $\color{red}{0}$
- $10 \div 2 = 5$, resto $\color{red}{0}$
- $5 \div 2 = 2$, resto $\color{red}{1}$
- $2 \div 2 = \color{red}{1}$, resto $\color{red}{0}$

Leyendo el último cociente obtenido y los restos de abajo hacia arriba: $\boxed{83_{10} = 1010011_2}$.

Ahora mostramos la división sucesiva de 83 entre 2:

$$\begin{array}{rrrrrrr}
83 & 2 \\
82 & 41 & 2 \\
\color{red}{1} & 20 & 20 & 2 \\
 & \color{red}{1} & 20 & 10 & 2 \\
 & & \color{red}{0} & 10 & 5 & 2 \\
 & & & \color{red}{0} & 4 & 2 & 2 \\
 & & & & \color{red}{1} & 2 & \color{red}{1} \\
 & & & & & \color{red}{0}
\end{array}$$

$$\longleftarrow$$

$$83_{10} = 1010011_2$$

Solución del ejercicio 2

Conversión de binario a decimal. La conversión de un número binario cualquiera a base decimal se realiza multiplicando cada dígito de dicha expresión binaria (es decir, 0 o 1) por la potencia correspondiente de 2, de derecha a izquierda, empezando desde 2^0 y luego sumando estas potencias.

- Para el número binario 11010_2:

$$\begin{aligned}11010_2 &= 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0\\ &= 16+8+0+2+0\\ &= \boxed{26_{10}}\end{aligned}$$

- Para el número binario 10101100_2:

$$\begin{aligned}10101100_2 &= 1\cdot 2^7 + 0\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0\\ &= 128+0+32+0+8+4+0+0\\ &= \boxed{172_{10}}\end{aligned}$$

Solución del ejercicio 3

Para expresar un número dado en el sistema decimal a su representación en el sistema hexadecimal, se siguen los siguientes pasos:

1. Dividir el número decimal entre 16 y anotar el *cociente* y el *resto*.
2. El *resto* será un dígito en la representación hexadecimal. Si es mayor que 9, se representa con las letras correspondientes:

$$\begin{array}{cccccc} 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15\\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow\\ \mathrm{A} & \mathrm{B} & \mathrm{C} & \mathrm{D} & \mathrm{E} & \mathrm{F}\end{array}$$

3. Tomar el cociente y repetir el proceso hasta que el resto sea menor a 16.
4. Escribir el último cociente obtenido junto con los restos en orden inverso (desde el último obtenido hasta el primero).

A continuación convertiremos **372 a hexadecimal** dividiendo sucesivamente entre 16 y registrando los cocientes y restos:

a. $372 \div 16$:

- **Cociente**: 23.
- **Resto**: 4 (porque $16 \times 23 = 368$ y $372 - 368 = 4$)

b. $23 \div 16$:

- **Cociente**: 1.
- **Resto**: 7 (porque $16 \times 1 = 16$ y $23 - 16 = 7$.

El proceso termina cuando el último resto obtenido es menor que el divisor. En este caso el último resto obtenido es 7 y el divisor, 16. El último cociente junto con los restos, leídos de abajo hacia arriba, forman el número hexadecimal: $\boxed{174_{16}}$.

Mostramos asimismo la *división larga sucesiva* que deberemos realizar para obtener el número anterior:

$$
\begin{array}{rrr}
372 & \multicolumn{1}{|l}{16} & \\ \cline{2-2}
32 & 23 & \multicolumn{1}{|l}{16} \\ \cline{1-1}\cline{3-3}
52 & 16 & \color{red}{1} \\ \cline{2-2}
48 & \color{red}{7} & \\ \cline{1-1}
\color{red}{4} & &
\end{array}
$$

$$\longleftarrow$$

$$372_{10} = 174_{16}$$

Finalmente vamos convertir el número decimal 1987 a su representación en hexadecimal mediante divisiones sucesivas entre 16. A continuación, se detallan los pasos:

a. $1987 \div 16$:

- **Cociente:** 124.
- **Resto:** 3 (porque $16 \times 124 = 1984$ y $1987 - 1984 = 3$)

b. $124 \div 16$:

- **Cociente:** 7.
- **Resto:** 12 (porque $16 \times 7 = 112$ y $124 - 112 = 12$)
- **Nota:** Como mencionamos previamente en hexadecimal, 12 se representa como C.

El proceso termina cuando el último resto obtenido es menor que el divisor. En este caso hemos obtenido un último resto igual a 12 y el divisor es 16, por lo que finalizamos las divisiones.. El último cociente obtenido junto con los restos, leídos de abajo hacia arriba, son 7, C, 3.

Resultado. Por lo tanto, el número decimal 1987 en hexadecimal es:

$$\boxed{1987_{10} = 7C3_{16}}$$

$$
\begin{array}{rrr}
1987 & \multicolumn{1}{|l}{16} & \\ \cline{2-2}
1984 & 124 & \multicolumn{1}{|l}{16} \\ \cline{1-1}\cline{3-3}
\color{red}{3} & 112 & \color{red}{7} \\ \cline{2-2}
 & \color{red}{12} &
\end{array}
$$

$$\longleftarrow$$

$$1987 = 7C3_{16}$$

Solución del ejercicio 4

Vamos a convertir los números hexadecimales $3A2_{16}$ y $DD10_{16}$ a su representación decimal. Para ello, multiplicaremos cada dígito por la potencia correspondiente de 16 y sumaremos los resultados.

a. Conversión de $3A2_{16}$ a decimal. El número hexadecimal $3A2$ tiene tres dígitos. Los valores de los dígitos en hexadecimal son: $3 = 3$, $A = 10$, $2 = 2$. Expandimos según las potencias de 16 (de derecha a izquierda):

$$3A2_{16} = 3 \times 16^2 + A \times 16^1 + 2 \times 16^0$$

Sustituyendo los valores:

- $16^2 = 256$, $16^1 = 16$, $16^0 = 1$
- $A = 10$

$$\begin{aligned} 3A2_{16} &= 3 \times 256 + 10 \times 16 + 2 \times 1 \\ &= 768 + 160 + 2 \\ &= 930 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$3A2_{16} = 930_{10}$$

b. Conversión de $DD10_{16}$ a decimal. El número hexadecimal $DD10$ tiene cuatro dígitos. Los valores de los dígitos en hexadecimal son: $D = 13$, $D = 13$, $1 = 1$, $0 = 0$. Expandimos según las potencias de 16:

$$DD10_{16} = D \times 16^3 + D \times 16^2 + 1 \times 16^1 + 0 \times 16^0$$

Sustituyendo los valores:

- $16^3 = 4096$, $16^2 = 256$, $16^1 = 16$, $16^0 = 1$
- $D = 13$

$$DD10_{16} = (13 \times 4096) + (13 \times 256) + (1 \times 16) + (0 \times 1)$$

Calculamos paso a paso:

- $13 \times 4096 = 53248$ (porque $4096 \times 13 = 4096 \times (10 + 3) = 40960 + 12288 = 53248$)
- $13 \times 256 = 3328$ (porque $256 \times 13 = 256 \times (10 + 3) = 2560 + 768 = 3328$)
- $1 \times 16 = 16$
- $0 \times 1 = 0$

Sumamos:

$$53248 + 3328 + 16 + 0 = 56592$$

Por lo tanto:

$$DD10_{16} = 56592_{10}$$

Resultados finales.

$$\boxed{3A2_{16} = 930_{10}} \quad \text{y} \quad \boxed{DD10_{16} = 56592_{10}}$$